Exercice n° 1

a) $\vec{U}$ et $\vec{U'}$ sont colinéaires $\Leftrightarrow \frac{a}{4}=\frac{2}{3}=\frac{b}{1}$

Donc $a=\frac{8}{3}$ et $b=\frac{2}{3}$

b) $\vec{V}$ et $\vec{V'}$ sont colinéaires $\Leftrightarrow$

$$\begin{vmatrix} -2 & 4 \\ 3 & \alpha \end{vmatrix}=0 \text{ et } \begin{vmatrix} 0 & \beta \\ -2 & 4 \end{vmatrix}=0$$

$\Leftrightarrow -2\alpha-12=0$ et $0+2\beta=0$

$\Leftrightarrow \alpha=-6$ et $\beta=0$

c) $\vec{W}$ et $\vec{W'}$ sont colinéaires

$\Leftrightarrow \frac{-5}{-3}=\frac{\lambda}{2}=\frac{\mu}{1}\Rightarrow \lambda=\frac{10}{3} et \mu=\frac{5}{3}$

$\Leftrightarrow \lambda=\frac{10}{3}$ et $\mu=\frac{5}{3}$

Exercice n° 2

a) $\det(\vec{u},\vec{v},\vec{w})=\begin{vmatrix} 1 & 8 & -1 \\ 0 & -2 & -1 \\ 3 & 5 & -4 \end{vmatrix}$

$=1\times\begin{vmatrix} -2 & -1 \\ 5 & -4 \end{vmatrix}-0\times\begin{vmatrix} 8 & -1 \\ 5 & -4 \end{vmatrix}+3\times\begin{vmatrix} 8 & -1 \\ -2 & -1 \end{vmatrix}$

$=13-0-30=-17\neq 0$ Donc $\vec{u},\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont non coplanaires

b) $\det(\vec{u},\vec{v},\vec{w})=\begin{vmatrix} -2 & 1 & -3 \\ 3 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \end{vmatrix}$

$=-2\times\begin{vmatrix} -1 & 1 \\ -2 & -1 \end{vmatrix}-3\times\begin{vmatrix} 1 & -3 \\ -2 & -1 \end{vmatrix}+1\times\begin{vmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 1 \end{vmatrix}$

$=-6+21-2=13\neq 0$ Donc $\vec{u},\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont non coplanaires

c) $\det(\vec{u},\vec{v},\vec{w})=\begin{vmatrix} -2 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & -1 \end{vmatrix}$

$=-2\times\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -2 & -1 \end{vmatrix}-(-1)\times\begin{vmatrix} -1 & 1 \\ -2 & -1 \end{vmatrix}+1\times\begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}$

$=10+3+1=14\neq 0$ Donc $\vec{u},\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont non coplanaires

Exercice n° 3

- $\overrightarrow{AB}=\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{CD}=\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

On a $\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 0 \end{vmatrix}=-1\neq 0$

D'où (AB) et (CD) sont non parallèles (1)

- $(AB):\begin{cases} x=1+\alpha \\ y=-1-\alpha \\ z=1+\alpha \end{cases}$, $\alpha\in IR$

- $(CD):\begin{cases} x=-\beta \\ y=0 \\ z=3+2\beta \end{cases}$, $\beta\in IR$

$M\in(AB)\cap(CD)\Leftrightarrow\begin{cases} 1+\alpha=-\beta \ (1) \\ -1-\alpha=0 \ (2) \\ 1+\alpha=3+2\beta \ (3) \end{cases}$ $(\alpha,\beta)\in IR$

(1) et (2) donne $\alpha=-1$ et $\beta=0$

Or d'après (3) : $0=3$ impossible

Donc $(AB)\cap(CD)=\varnothing$ (2)

(1) et (2) $\Rightarrow$ (AB) et (CD) sont non coplanaires

Conclusion : **(AB) et (CD) sont non coplanaires**

Exercice n° 4

a) $\overrightarrow{AB}=\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AC}=\begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

On a $\frac{-2}{4}\neq\frac{1}{-1}$ donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires et par suite les points A, B et C ne sont pas alignés.

b) $P(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}):\begin{cases} x=1-2\alpha+4\beta \\ y=\alpha-\beta \\ z=2+2\alpha \end{cases}$ avec $(\alpha,\beta)\in\Re^2$

Carray.tn -Aqra Blech- Carray.tn